

Das Reale & das Wahre

Ist Realität logisch?

Kim J. Boström

Freiburg, 14.2.1996

Contents

1	Vorbemerkung	1
2	Erweitertes Doppelspaltexperiment	5
2.1	Aufbauten	5
2.1.1	Aufbau 1	5
2.1.2	Aufbau 2	7
2.1.3	Aufbau 3	8
2.2	Versuche	10
2.2.1	Versuch 1:	10
2.2.2	Versuch 2:	10
3	Schlüsse	12
3.1	Der gesunde Menschenverstand	12
3.1.1	Überlegungen	12
3.2	Konsequenzen	13
3.3	Meta-Ueberlegungen	14
3.4	Realität: Ein logisches Modell	15
3.4.1	Formalisierung des Denkens	15
3.4.2	Essenz	25
3.4.3	Beispiel	26
3.5	Anwendung des logischen Modells auf den erweiterten Doppelspaltversuch	27
3.5.1	Was liegt vor?	27
3.5.2	Was schließen wir daraus?	29
3.5.3	Auswertung:	32
4	Zusammenfassung	33
5	Schluß, der gleichzeitig ein Anfang ist	33

1 Vorbemerkung

Während der Beschäftigung mit dem Meßproblem geschah es häufig, daß ich auf meinem Stuhl hin und her rutschte und dem körperlosen Autor der geschriebenen bzw. rezitierten Gedanken gerne dazwischengefahren wäre und ihn gefragt hätte: “Aber sehen Sie denn nicht, daß das nicht sein **kann**?” oder in anderen Fällen: “...daß das so sein **muß**?” Irgendwie hatte ich bestimmte Zusammenhänge im Kopf, die sich dann stark von

vorgeführten Gedankengängen unterschieden. Dabei kam es mir immer so vor, als *übersähen* diese Leute etwas und müßten, wenn sie es nur in ihre Überlegungen einbeziehen würden, genau wie ich zum selben Schluß kommen.

Wenn jemand wie Arthur Fine oder van Fraassen das ganze Doppelspaltexperiment aufrollt und immer wieder darauf besteht, daß das Elektron nur durch einen Spalt gegangen ist und sich dann bemüht mit den formalen Mitteln der Quantenmechanik und Wahrscheinlichkeitstheorie diesen Standpunkt irgendwie zu ermöglichen und das aber immer wieder nur mit halsbrecherischen Verrenkungen und letztlich durch Außerkraftsetzung bestimmter elementarer Grundregeln eben dieser beiden Theorien wirklich hinkommt, dann erschien es mir, daß er sich vor einer von allen Formalismen unabhängigen elementaren Wahrheit versteckt. Später dann fing ich an mich zu fragen: Wie komme ich auf sowas? Welche elementare Wahrheit soll von allen Formalismen unabhängig sein? ‘Welche Wahrheit erscheint mir so unumgänglich, daß sie jedem klar sein könnte, ja sogar müßte? Bevor ich mich in Spekulationen ergehe, muß ich mir doch irgendwie darüber klarwerden, nach welcher Art und Weise ich meine Schlüsse ziehe. Wieso zwingt sich mir etwas auf, während es sich einem van Fraassen nicht aufzwingt? Wie kommt es, daß zwei verschiedene Menschen zwei verschiedene Ansichten haben? Wenn wir überhaupt über irgendetwas diskutieren, dann muß es doch einen Grund geben, *weshalb* wir darüber diskutieren.

Weil wir innerlich davon ausgehen, daß es eine bestimmte Wahrheit gibt, die jeder von uns im Prinzip entdecken kann und über der wir uns durch die Diskussion nähern. Sonst könnten wir sofort aufhören zu diskutieren. Das mag jeder anstreiten oder nicht, der Ausgangspunkt ist im Grunde der, daß Wahrheit allen zugänglich ist und sich jedem als gleich offenbart. Es ist sozusagen ein *Axiom unseres Denkens und Fühlens*.

Warum ist es wichtig, ob Realität logisch ist oder nicht?

Der Satz

Es gibt keine Wahrheit

ist ein enorm wichtiger Satz. Warum?

- Wenn es doch Wahrheit gibt, dann hat der Satz als solcher auch die Eigenschaft, wahr oder falsch zu sein.

- ◇ Angenommen er ist falsch, dann besagt er gerade, daß es Wahrheit gibt und das bestätigt ja nur unsere Voraussetzung.
- ◇ Angenommen er ist wahr, dann besagt er gerade, daß es keine Wahrheit gibt, womit er auch nicht die Eigenschaft haben kann, wahr zu sein, so daß er uns die Voraussetzung, weshalb wir ihn für wahr halten durften, verschwunden ist und mit ihr unsere Überlegung.

Kurz gesagt:

Der Satz "Es gibt keine Wahrheit" kann in einer Welt, in der es Wahrheit gibt, nur falsch sein.

- Wenn ich annehme, daß es keine Wahrheit gibt, dann kann dieser Satz auch nicht die Eigenschaft wahr oder falsch haben und es ist nicht möglich etwas aus ihm zu schließen. Unsere Voraussetzung bestand aber gerade in der Annahme, daß es keine Wahrheit gibt, sie nimmt ihn also als wahr an. Es gibt mit ihm aber mindestens eine wahre Aussage in der Welt, in der es keine Wahrheit gibt und da bin ich im Widerspruch zu mir selbst.

Folgerung:

Ich darf in einer Welt ohne Wahrheit die Wahrheit nicht ausschließen, ohne meine eigenen Prinzipien zu verraten.

Was ist das für eine Art zu denken? Nun, es ist logisches Denken und liegt eigentlich all unseren menschlichen Überlegungen zugrunde. Es gibt einen Haufen Leute, die das abstreiten, aber wir haben eben gesehen, daß sie eigentlich ganz einfach nur *inkonsequent* sind. Wenn Denken konsequent sein soll, dann gehorcht es bestimmten logischen Schlüssen. Ob nun ausgerechnet die Zeichen unserer Aussagenlogik verwendet werden, ist reine Festlegungssache. Denn wir können jede beliebige Kombination von wahren und falschen Aussagen durch sie darstellen.

Wir wollen jetzt versuchen, herauszufinden, was passiert, wenn Realität sich logisch verhält. Dabei werden wir auf physikalische Formalismen wie den in der Quantenmechanik üblichen Dirac-Formalismus völlig verzichten und nur in *vergleichender logischer Schlußweise* denken.

Das einzige, was wir dabei fordern ist:

Wir dürfen keinen Widerspruch herbeiführen.

Beginnen wir mit dem Doppelspaltexperiment, was ich noch, um vergleichende logische Schlußweise zu ermöglichen, etwas erweitert habe.

2 Erweitertes Doppelspaltexperiment

2.1 Aufbauten

2.1.1 Aufbau 1

Wir positionieren ein Elektronenkanone K, die zu irgendeinem Zeitpunkt genau ein Elektron e emittiert, eine Wand W mit zwei Spalten A und B ¹ sowie einen Photoschirm S, der bei Auftreffen eines Elektrons an dieser Stelle eine Schwärzung aufweist in folgender Weise: Skizze:

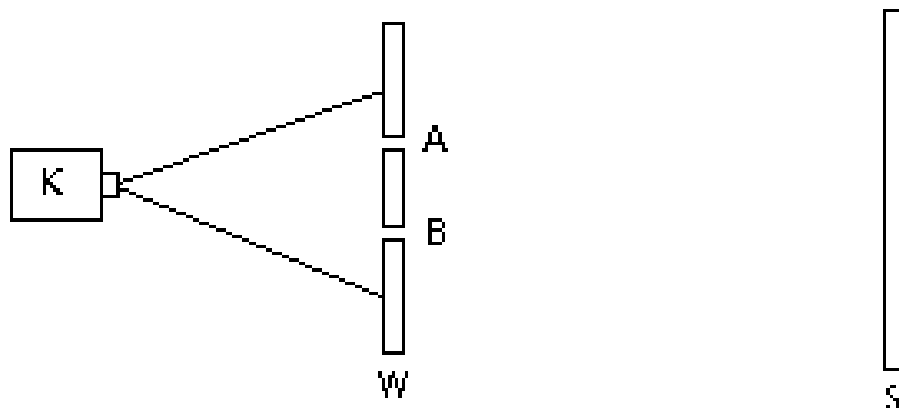


Figure 1: Aufbau 1.

Die Konstruktion genüge folgenden

Voraussetzungen:

- V₁** *Nur das Auftreffen eines Elektrons ruft eine Schwärzung des Schirmes hervor. Die Schwärzung erfolge zuverlässig.*
- V₂** *Es gibt außer den von K emittierten Elektronen keine weiteren freien Elektronen, die zu S gelangen können.*

¹Die Ortsunschärfe des emittierten Elektrons sei dabei in Entfernung der Wand ausreichend groß, um beide Spalte reichlich abzudecken.

V₃ Die Wand W ist für Elektronen undurchlässig.

Wird bei S irgendwo eine Schwärzung festgestellt, welches wir das Ereignis E_0 nennen wollen, so läßt sich auf folgende Ereignisse schließen:

Ereignisse:

E₁ Ein Elektron e hat den Schirm getroffen.

E₂ e wurde von K ausgesandt.

E₃ e hat die Wand durchquert.

E₄ e ist durch mindestens einen der Spalte A oder B gegangen.

Wir erkennen:

1. E_1 folgt aus E_0 sowie V_1
2. E_2 folgt aus E_1 sowie V_2
3. E_3 folgt aus E_2 sowie V_2
4. E_4 folgt aus E_3 sowie V_3

Wir haben aufgrund unserer Konstruktion keine andere Möglichkeit als auf obige Ereignisse zu schließen, um die Schwärzung zu erklären ².

2.1.2 Aufbau 2

Wie Aufbau 1, nur es wird zusätzlich an der Vorderseite der Wand ein Ventilator V so angebracht, daß er bei beliebiger Stellung der Rotorblätter stets ein Loch A oder B zudeckt. Der Ventilator dreht sich. Wir gewinnen also eine Voraussetzung hinzu:

V₄ Es ist immer nur ein Spalt passierbar.

Skizze:

Wird nun eine Schwärzung in S festgestellt, so müssen wir schließen:

- Ereignisse 1,2,3 und 4 haben stattgefunden.

²Woher wir das Recht zu diesen Schlüssen nehmen, soll an anderer Stelle behandelt werden. Wichtig ist, festzustellen, daß es sich um Schlüsse auf vergangene Ereignisse handelt, welches dem eigentlichen Ereignis als Ursache vorausgehen. Inwiefern Zeitlichkeit und Ursächlichkeit zusammenhängen wird ebenfalls an anderer Stelle behandelt werden.

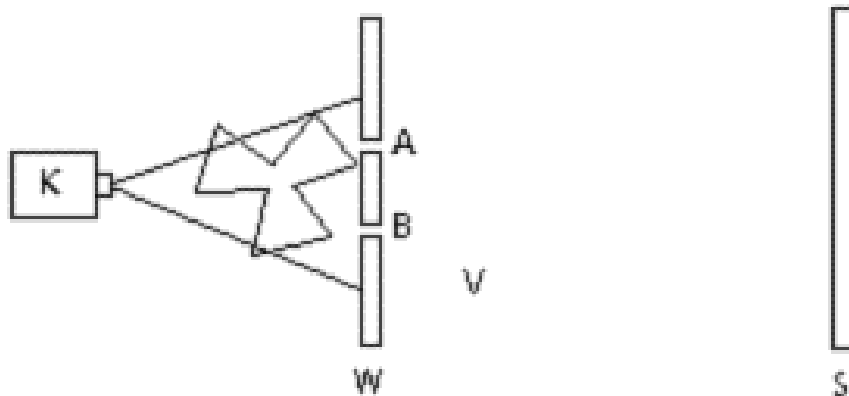


Figure 2: Aufbau 2.

Außerdem gilt noch:

E_4 Das Elektron ist durch höchstens einen Spalt A oder B gegangen.

- E_4 folgt aus E_3 sowie V_4 .

Die Ereignisse E_3 und E_4 lassen sich derart zusammenfassen, daß das Elektron bei t_1 durch genau einen Spalt A oder B gegangen ist.

2.1.3 Aufbau 3

Nun entfernen wir den Ventilator und bringen hinter der Wand an jedem Spalt je einen Detektor D1 und D2 an, der ausschließlich den Durchgang eines Elektrons durch den unmittelbar in der Nähe liegenden Spalt registriert, das Elektron aber passieren läßt³. Wir gewinnen eine Voraussetzung hinzu:

³Durch die Messung des Durchgangs durch den Spalt wird die Ortsunschärfe des Elektrons verringert, nämlich auf den vom jeweiligen Spalt festgelegten Bereich, und daher wird über die Unschärferelation die Impulsunschärfe vergrößert. Das spielt für unsere Überlegungen aber keine Rolle. Wichtig ist vielmehr, daß das Teilchen durch die Messung nicht absorbiert wird, sondern weiterfliegt. Realisiert werden kann die Messung beispielsweise über einen hochempfindlichen Induktionssensor, der das durch das vorbeifliegende Elektron induzierte Magnetfeld mißt (mit einem supraleitenden SQUID ist dies bei genügend hoher kinetischer Energie des Elektrons möglich) oder über eine schmale Blaskammer, die direkt hinter den Spalten angebracht wird und die Spur des durchquerenden Elektrons sichtbar macht. Beide möglichen Bahnen durch A bzw. B sind der gleichen Beeinflussung ausgesetzt, so daß Gangunterschiede zwischen den beiden Teilstrahlen durch A und B nicht auftreten. Wichtig ist vor allem, daß eine derartige Mes-

V₄ Nur das Passieren eines Elektrons am nächstgelegenen Spalt ruft eine Reaktion des Detektors D1 bzw. D2 hervor. Die Reaktion erfolge zuverlässig.

Skizze:

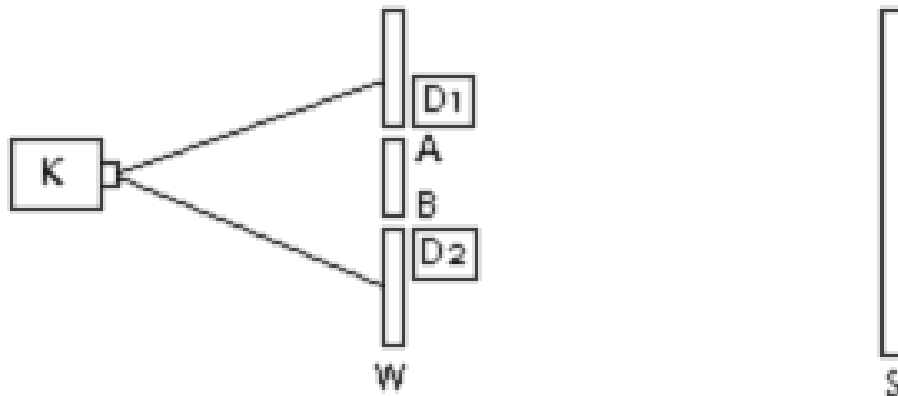


Figure 3: Aufbau 3.

Es gibt also zusätzliche Ereignisse:

M Eine Ortsmessung am Ausgang der Spalte hat stattgefunden

Welches sich aufteilt in:

M₁ Detektor D1 hat reagiert.

M₂ Detektor D2 hat reagiert.

Und über V₄ müssen wir schließen:

1. wenn M_1 dann **A** e hat Spalt A passiert.
2. wenn M_2 dann **B** e hat Spalt B passiert.

2.2 Versuche

Nun starten wir folgende Versuche in jedem Aufbau:

_____ung im Prinzip möglich ist und ihre konkrete Realisierung daher nicht Gegenstand dieser Diskussion sein soll.

2.2.1 Versuch 1:

K emittiere über eine genügend lange Zeit T Elektronen und zwar wie festgelegt immer genau ein Elektron in genügend großem Abstand. Anschließend wird in Aufbau 1, 2 und 3 der Schirm untersucht, sowie in Aufbau 3 die Registrierungen der Detektoren D1 und D2.

Ergebnis aus Versuch 1:

Aufbau 1 Der Schirm zeigt ein bestimmtes Muster, welches sich bei beliebiger Wiederholung des Versuches ähnelt. Wir wollen dieses Muster nicht interpretieren, alleine die Tatsache, daß es sich immer um ein ähnliches Muster handelt ist entscheidend. Wir fassen dies wiederum als Ereignis auf:

\tilde{X} Der Schirm weist ein charakteristisches Muster auf.

Aufbau 2 Der Schirm zeigt ein Muster, welches nicht dem in Aufbau 1 erhaltenen Muster ähnelt, egal wie oft der Versuch wiederholt wird. Dies ist Ereignis

\tilde{X}' : Der Schirm weist ein charakteristisches Muster auf, welches von dem Muster in E0a verschieden ist.

Aufbau 3 Der Schirm zeigt ein Muster, welches dem Muster aus Aufbau 2 ähnelt, egal wie oft der Versuch wiederholt wird. Es liegt also E0b vor. Die Auswertung der Registrierungen der beiden Detektoren ergibt, daß stets der Durchgang durch einen der beiden Spalte (E_4), aber nie durch beide Spalte zugleich registriert wurde (E_5). Es wird über die Detektoren also auf E_4 und E_5 geschlossen.

2.2.2 Versuch 2:

Es wird Versuch 1 durchgeführt mit der Abänderung, daß die beiden Detektoren zwar registrieren, die Registrierung aber nicht sichtbar gemacht wird. Beispielsweise wird das Display abgeschaltet und anschließend der Zähler wieder auf Null gesetzt.

Ergebnis aus Versuch 2:

- Dasselbe Ergebnis wie in Versuch 1 mit dem Unterschied, daß in Aufbau 3 die Registrations der Detektoren nicht bekannt sind.

3 Schlüsse

Wir wollen nun versuchen, aus diesen Ergebnissen irgendwelche Erkenntnisse zu ziehen über das Verhalten des Elektrons und des Musters, das es zusammen mit seinen zahlreichen Artgenossen auf dem Schirm produziert.

3.1 Der gesunde Menschenverstand

Wenn wir die Ergebnisse der Versuche betrachten, so drängen sich uns Vorstellungen auf, wir vergleichen ein Ereignis mit dem nächsten und schließen dies und das aus dem und dem, wir spielen ein wenig Sherlock Holmes, der mit scharfsinniger Überlegung das Rätsel zu ergründen versucht: Was geschah hier wirklich?. Dazu braucht er Zeugen. Jemanden, der dabei war. Diese Zeugen sind unsere Beobachtungen und Messergebnisse. Sie liefern uns verschiedene Aussagen und wir müssen versuchen, ein Bild herauszuentwickeln, das mit allen Aussagen verträglich ist. Damit wollen wir jetzt anfangen:

3.1.1 Überlegungen

1. Aufbau 1 und 3 ergeben verschiedene Muster auf dem Schirm. Es ist also irgendeine Voraussetzung hinzugekommen oder geändert worden, die die Veränderung des Musters bewirkt hat. Schauen wir einmal genau hin: Eine Schwärzung des Schirms liegt reichlich vor, es gilt für jede einzelne Schwärzung:

E₁ ,d a nach Konstruktion eine andere Ursache für die Schwärzung als das Auftreffen eines von K ausgesandten Elektrons ausgeschlossen ist.

E₂ , da das Elektron die Wand durchqueren muß um den Schirm zu schwärzen E3, da die Wand für das Elektron undurchlässig ist und es somit mindestens einen der beiden Spalte A oder B benutzen muß um E2 zu erfüllen. In beiden Aufbauten müssen diese Ereignisse eingetreten sein. Es kann also nur eine weitere Voraussetzung hinzugekommen sein, die die Veränderung des Musters auf dem Schirm bewirkt hat. Wir nennen diese unbekanntes Voraussetzung Vx.

Offenbar kann für Aufbau 3 nicht gelten, daß das Elektron nur durch genau einen Spalt A oder B geht, denn sonst wären sämtliche Ursachen

und Voraussetzungen identisch und demnach müßte auch das Muster ähnlich sein. Da das einzelne Elektron aber nur die 2 Möglichkeiten hat, damit E2 und E3 erfüllt sind, nämlich entweder ausschließlich durch A oder B zu gehen oder durch A und B gleichzeitig zu gehen, so bleibt dem einzelnen Elektron gar nichts anderes übrig, als durch A und B gleichzeitig zu gehen. Ginge das Elektron nur durch ausschließlich einen der beiden Spalte, so wären die Muster ähnlich.

2. Aufbau 1 und 2 ergeben ebenfalls verschiedene Muster. In Aufbau 2 ist die Voraussetzung V4 hinzugekommen. Da dies die einzige Veränderung ist, so ist sie zwangsläufig alleinverantwortlich für die Veränderung des Musters.
3. Aufbau 2 und 3 ergeben das gleiche Muster, da V4 in Aufbau 2 alleinverantwortlich für die Veränderung des Musters ist und in Aufbau 3 nur mindestens eine hinzukommende Voraussetzung die Veränderung des Musters verursachen kann, folgt daraus, daß V_x wirkungsmäßig gleichbedeutend mit V4 ist. Das bedeutet: Eine Messung verursacht, daß das Elektron ausschließlich durch einen der beiden Spalte geht.
4. Schließlich hat sich durch Abschalten der Anzeige der Detektoren an dem Ergebnis des Versuchs in Aufbau 3 nichts verändert. Also bleibt uns nichts anderes übrig als zu folgern: Die Zurkenntnisnahme der Meßergebnisse durch ein Bewußtsein hat auf den physikalischen Ablauf des Versuchs und die stattfindenden Beobachtungen keine Auswirkungen.

Bei unseren Schlüssen kommen wir völlig ohne Quantenmechanik und Wahrscheinlichkeitsrechnung aus. Es ist alleine eine Schlußweise durch vergleichende Betrachtung unter Benutzung des gesunden Menschenverstandes.

3.2 Konsequenzen

Was haben wir erreicht?

Entweder ist die Schlußweise an irgendeiner Stelle nicht gültig oder es folgt als Konsequenz unserer Überlegungen:

1. Wir können die Vermutung, daß das Elektron unabhängig von unserer Zurkenntnisnahme immer einen klaren Aufenthaltsort hat, nicht aufrechterhalten.

Damit sind Ansätze und Interpretationen des Meßproblems, die sich auf diese Vermutung stützen nicht gültig. (Betrifft z.B. Arthur Fine und Bas van Fraassen).

2. Wir können die Vermutung, daß das menschliche Bewußtsein durch seine Zurkenntnisnahme Einfluß auf das physikalische Geschehen ausübt, ebenfalls nicht aufrechterhalten.

Damit stürzen die Ansätze und Interpretationen, die auf dieser Vermutung fußen. (Betrifft z.B. Wigner und Wheeler)

3. Es gibt offenbar doch die Möglichkeit objektiver Aussagen ueber einen Zustand, der kein Eigenzustand ist.

Damit bricht die "Rule of silence".

4. und schlimmstens: Wir haben ein Problem mit dem, was wir als "Realität" bezeichnen wollen. Denn wenn das Elektron wirklich durch beide Spalte geht, dabei aber nie beobachtet werden kann, dann fragt sich, ob es vielleicht eine Realität gibt, die sich grundsätzlich unserer Beobachtung entzieht und trotzdem in einer ursächlichen Bedeutung real genannt werden muß.

3.3 Meta-Ueberlegungen

Nun haben wir den gesunden Menschenverstand benutzt, ohne uns über ihn im Klaren gewesen zu sein.

Was bedeuten unsere Schlüsse, in welchem Rahmen sind sie gültig, haben sie irgendeine Wahrheit?

Wir werden untersuchen, welche Schlußweise zu den obigen Aussagen geführt hat und dabei möglicherweise dem Kern des Problems näher kommen.

Was hat uns überhaupt berechtigt, die Schlüsse zu ziehen, die oben gezogen worden?

Es liegen bestimmte Ereignisse vor, die wir beobachten können. Darunter die Schwärzung eines Schirmes in verschiedenen Mustern und die Anzeigen von irgendwelchen Detektoren. Nun fangen wir an, auf bestimmte andere Ereignisse zu schließen, die wir nie beobachtet haben und bedienen uns dabei fortwährend gewisser Regeln, die uns nicht bewußt sind, weil sie uns viel zu vertraut vorkommen.

3.4 Realität: Ein logisches Modell

Was haben wir gemacht?

Wir haben Logik benutzt.

Wir wollen sehen, wie wir dazu kommen und anschließend, wie weit wir damit kommen. Wenn es eine logische Realität gibt, wie sieht sie aus? Das soll unsere Fragestellung sein, bevor wir uns in Spekulationen verheddern.

3.4.1 Formalisierung des Denkens

Zunächst wollen wir festhalten, was wir mit "Ereignis" meinen:

Definition 1 EREIGNIS

Ereignisse sind Vorgänge oder Sachverhalte.

Zum Beispiel beschreibt der Satz "Der und der macht das und das" einen Vorgang, während der Satz "Dies und jenes ist so und so" einen Sachverhalt beschreibt. Damit gewinnen Ereignisse dieselbe sprachliche Form wie Aussagen, und damit werden sie einem mathematischen System wie dem der Aussagenlogik zugänglich. Dazu ist es erforderlich, daß sie nur zwei Werte annehmen können, wir nehmen hier zweckmäßig die Werte "real" und "irreal" anstelle der für Aussagen gebräuchlichen Werte "wahr" oder "falsch" und wählen dafür die Zahlenwerte 1 bzw. 0. Dabei gibt es zu jedem denkbaren Ereignis A auch sein Komplement, nämlich genau das Ereignis, das darin besteht, das A nicht stattgefunden hat. In der Logik entspricht das der **Negation**.

Die logischen Werte für A und seine **Negation** $\neg A$:

A	$\neg A$
1	0
0	1

Die Forderung einer logischen Realität ist, daß alle Ereignisse entweder real oder irreal sind. Wir kommen so zu unserem ersten Axiom:

Axiom 1 ENTSCHEIDBARKEIT DES REALEN

Ereignisse sind entweder "real" oder "irreal". In logischer Schreibweise:

$$A \vee \neg A = 1 \quad (1)$$

Dies ist übrigens gleichbedeutend mit der Aussage:

Ein Ereignis findet entweder statt oder nicht.

Sowie:

Zu jedem Ereignis gibt es ein Nicht-Ereignis.

Es wurde das Symbol " \vee " benutzt. Was soll das? Nun:

Wir können mehrere Ereignisse zu einem neuen Ereignis zusammenfassen. So ist "Der und der macht das und das und dieses und jenes ist so und so" wiederum ein Ereignis. Dies sollte uns erlaubt sein, damit wir überhaupt imstande sind, mehrere Ereignisse gleichzeitig zu betrachten und uns um ihre gemeinsame Realität Gedanken zu machen. Es ist also eine gewisse Logik vonnöten. Wie sieht die aus?

Zunächst werden wir in unserem Leben ständig mit mehreren Ereignissen zugleich konfrontiert. Und um "zugleich" sagen zu dürfen, brauchen wir eine Verknüpfung: $\wedge \hat{=}$ "und". **Nur wenn ein Ereignis A real ist und ein weiteres Ereignis B real ist, dann ist das Ereignis "A und B" ebenfalls real.**

Die logischen Werte für $\wedge \hat{=}$ "und":

A	B	A \wedge B
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	0

Aus den so festgelegten Verknüpfungen folgt:

Folgerung:

Ein Ereignis kann nicht gleichzeitig real und irreal sein.

$$A \wedge \neg A = 0 \quad (2)$$

Sodann ist es möglich, daß wir von verschiedenen Ereignissen nur einige als real bezeichnen wollen, aber nicht alle. Dazu brauchen wir ein "oder". $\vee \hat{=}$ "oder" Nur wenn beide Ereignisse A und B zugleich irreal sind ist das Ereignis "A oder B" ebenfalls irreal. Die logischen Werte für $\vee \hat{=}$ "oder"

A	B	$A \vee B$
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	0	0

Nun wollen wir auch ein "oder aber" verwenden, welches man auch als "ausschließliches oder" bezeichnet. Dies wird uns sehr nützlich sein, da sich bestimmte Ereignisse ausschließen können. Nur dann wenn genau eins der Ereignisse A und B real ist, ist das Ereignis "A oder aber B" real. Die logischen Werte für $\text{XOR} \hat{=}$ "oder aber"

A	B	$A \text{ xor } B$
1	1	0
0	1	1
1	0	1
0	0	0

Dabei gilt die Relation

$$A \text{ xor } B = (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \quad (3)$$

Um aber bestimmte Ereignisse ausschließen zu können, brauchen wir erstmal die Definition davon.

Definition 2 GEGENSEITIG AUSSCHLIESSENDE EREIGNISSE

Zwei Ereignisse A und B sind genau dann gegenseitig ausschließend, wenn gilt:

$$A \wedge B = 0 \quad (4)$$

Nun liegt schon ein zugegeben wild und anmaßend anmutender aber im Grunde sehr beruhigender Schluß auf das nahe, was man als "Realität" bezeichnen könnte.

Definition 3 REALITAET (LOGISCH)

Eine Menge von Ereignissen, die allesamt zugleich die Eigenschaft "real" haben.

Wir wollen nicht behaupten, daß es irgendwie Ereignisse gibt die "noch nicht ganz real" oder "ziemlich real" oder sonst was sind. Die logische Realität soll einfach die Welt sein, in der alle Ereignisse liegen, die nach unserer logischen Auffassung stattgefunden haben. Diese Auffassung einer "logischen Realität" nehmen wir jetzt erst einmal an und wir wollen sehen, ob wir damit überhaupt und dann speziell auch im Quantenbereich zurechtkommen und ob wir nicht auf eine "Quantenlogik" verzichten können.

Es fehlt uns noch ein Werkzeug, um von einem Ereignis auf ein anderes schließen zu können. Denn das tun wir ja die ganze Zeit. Indem wir auf andere Ereignisse "schließen", halten wir sie für gleichermaßen real wie die Ereignisse, die wir direkt beobachtet haben. Darin besteht ja gerade der Schluß.

Ich spreche vom Prinzip der **Kausalität**.

Nehmen wir an, es liegen bestimmte Ereignisse vor, wir nehmen sie als "real" an. Um dann überhaupt auf bestimmte andere Ereignisse schließen zu können, bedarf es irgendeines Zusammenhanges, der diesen Schluß rechtfertigt. Irgendwie muß das eine Ereignis aus dem anderen Ereignis folgen. Wir wollen das nun in Einklang mit unserer intuitiven Vorstellung von Ursache bringen. Es ist uns dabei völlig egal, wie genau diese Verursachung vor sich geht und woher sie kommt, wichtig ist uns nur, daß es sie, um unseren Schluß rechtfertigen zu können, geben muß.

Es gibt dabei zwei Formen von Kausalität, eine schwache und eine starke Form.

Definition 4 SCHWACHE KAUSALITAET / INITIALITAET

Angenommen, es gäbe nur zwei Ereignisse A und B. Wenn es eine Gesetzmäßigkeit g gibt, nach der B ohne A nicht denkbar wäre, so wollen wir sagen: "A verursacht B" ($A \rightsquigarrow B$) und "B benötigt A" ($B \rightarrow A$). Die Gesetzmäßigkeit g nennen wir dann eine "Initialrelation". Die von A verursachten Ereignisse bilden den "Wirkungsraum" von A und die von B benötigten Ereignisse bilden den "Ursachenraum" von B,

Bemerkung:

- a) Wie wir sehen ist A ein Ereignis stets die Ursache seiner selbst, weil es ja ohne sich nicht denkbar wäre. Also läßt sich auch von A immer auf A schließen. In Zeichen:

$$A \rightsquigarrow A \quad (5)$$

$$A \rightarrow A \quad (6)$$

- b) Wenn dann ein Ereignis A den Schluß auf ein anderes Ereignis B zuläßt so auch zugleich auf sich selbst:

$$\text{Wenngilt} : A \rightarrow B \quad (7)$$

$$\text{Dann gilt auch} : A \rightarrow A \wedge B \quad (8)$$

- c) A kann mehrere Wirkungen haben und B mehrere Ursachen. Daher die Notwendigkeit des Ausschlusses von Fremdersachen und -wirkungen.
- d) B ist nicht *zwangsläufige* Wirkung von A. Denn B ist zwar ohne A nicht denkbar, wohl aber A ohne B.

Schauen wir uns die Initialrelation genauer an: B ohne A ist nicht denkbar, bei Ausschluß von allen sonstigen Ereignissen. Was dieser Satz bedeutet, ist, daß die einzige Initialbeziehung $A \rightsquigarrow B$ (A ist Ursache von B), die irreal ist, ist die Verknüpfung eines irrealen A mit einem realen B. Alle anderen Kombinationen können real sein. Mehr gibt das Prinzip der schwachen Kausalität nicht her. Machen wir wieder eine Realitätstafel:

A	B	$A \rightsquigarrow B$
1	1	1
0	1	0
1	0	1
0	0	1

Dies entspricht genau der logischen Verknüpfung "B impliziert A". Vertauschen wir die Rollen von A und B, indem wir sagen "B verursacht A", also A benötigt B, so erhalten wir folgende Realitätstafel:

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
0	1	1
1	0	0
0	0	1

Bemerkung:

- a) Das heißt, daß uns die schwache Kausalität immerhin bei **Ausschluß von Fremdursachen** eine logische Implikation ermöglicht. Dieser besagte Ausschluß ist allerdings auch unbedingt notwendig, weil sonst die Beziehung "B ist Ursache von A" sogar bei irrealem B und realem A real sein könnte. Damit wäre die Realitätstafel

A	B	A→B
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	0	1

für irgendwelche Schlüsse völlig unbrauchbar.

Genau aus diesem Grunde muß der Experimentalphysiker seine Experimente so konstruieren, daß wirklich nur die zur Diskussion stehenden Ursachen möglich sind, nicht aber irgendwelche anderen Ursachen, die den Effekt herbeiführen und damit eine Identifikation der fraglichen Ursachen unmöglich macht. Es wird für diesen Zusammenhang ein Axiom verwendet, welches man bezeichnet als:

Axiom 2 PRAEMISSENVORSCHALTUNG

Wenn ein Ereignis B real ist, dann ist jedes Ereignis eine Ursache von B.

$$B \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (9)$$

Damit wird nämlich der zweite Eintrag in der Realitätstafel begründet, der den Schluß aus einem irrealem Ereignis auf ein reales Ereignis für real hält, was nicht unbedingt unserer Intuition entspricht. Logisch gesehen kann die Tatsache "In Afrika ist Muttertag" durchaus das Ereignis "John Lennon ist tot" verursacht haben, alleine weil der letzte Sachverhalt richtig ist und dadurch nicht möglich ist, herauszufinden, ob er ohne den afrikanischen Muttertag denkbar wäre oder nicht.⁴

⁴Wer jetzt unruhig wird: Wir kommen darauf zurück!

- b) Interessant ist noch ein Axiom, welches in die Aufstellung der Realitätstafel eingegangen ist, uns aber nicht weiter aufgefallen ist, weil es so einleuchtend klingt:

Axiom 3 INITIALITAETSPRINZIP

*Ein Ereignis B verursacht ein Ereignis A oder nicht. Oder:
Wenn ein Ereignis A vorliegt, so war entweder das Ereignis B die Ursache oder sein Nicht-Ereignis.*

$$A \rightarrow (B \vee \neg B) \quad (10)$$

Dies entspricht dem ersten Eintrag in der Realitätstafel, nach dem wenn A real ist, ein Ereignis $B := (E \vee \neg E)$ ebenfalls real sein muß, egal wie E aussieht. Hier ging das obige Axiom ein.

- c) Wie wir durch vergleich der Realitätstafeln sehen, gilt folgende nützliche Beziehung:

Wenn wir wissen, daß

$$A \rightarrow B = 1$$

Dann ist das *gleichbedeutend* mit

$$A \wedge \neg B = 0$$

Dieser Schluß gilt in beide Richtungen und wir sind verleitet, zu schreiben

$$(A \rightarrow B) = 1 \leftrightarrow (A \wedge \neg B = 0) \quad (11)$$

Oder formal besser:

$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$$

Was aber bedeutet dieses \leftrightarrow . Dazu gleich mehr.

Zu a)

Sie werden nun möglicherweise ausrufen: Was für ein Blödsinn! Eine Gesetzmäßigkeit, die sogar richtig ist, wenn nach unserem Wissen überhaupt kein Zusammenhang zwischen den Ereignissen besteht?

Genau das ist der Punkt!

Für zwei *einzelne* Ereignisse verhält sich *jede* Gesetzmäßigkeit so unsinnig. Irgendjemand kann dahergehen und *irgendeine* Gesetzmäßigkeit aufstellen

und damit *jedes beliebige* reale Ereignis begründen. Z.B. Meine Kartoffeln kochen über mit der Begründung Elvis lebt. Diese Gesetzmäßigkeit ist in jedem Falle richtig, egal ob Elvis nun lebt oder nicht. Denn die Kartoffeln - so sie es denn tun, und das sei hier mal der Fall - kochen ja tatsächlich über und damit wird nach dem Axiom der Prämissenvorschaltung jedes Ereignis zu einer möglichen Ursache.

Der Witz ist eben gerade, und hier wird es extrem wichtig:

Gesetzmäßigkeiten lassen sich nicht aus einzelnen Ereignissen schließen.

Erst wenn es einen Haufen Überprüfungen gegeben hat und keine einzige ergibt, daß die angenommene Gesetzmäßigkeit falsch ist, was ja nach obiger Erkenntnis nur dann der Fall ist, wenn bei ausgeschlossenen Fremdersachen zwar die Wirkung vorliegt, aber nicht die Ursache, erst dann kann man anfangen zu sagen, daß die Gesetzmäßigkeit wohl richtig ist.

*Und das ist auch der Grund, warum es im Prinzip keinen **zwingenden** Grund gibt, über irgendwelche Gesetzmäßigkeiten von einem Ereignis auf ein anderes zu schließen.*

Wenn das Ereignis real ist, dann ist mindestens eins der ebenfalls realen Ereignisse seine Ursache. Aber welche dafür in Frage kommen, kann man nur durch mühsames Ausschließen von Fremdersachen und ständiges Wiederholen derselben Beobachtungen herausfinden. Das setzt die **Wiederholbarkeit der Beobachtung** voraus. Genau die ist in der Tat ein in allen Wissenschaften gefordertes Kriterium zur Überprüfung wahrer Gesetzmäßigkeiten. Zur Widerlegung von Gesetzmäßigkeiten bedarf es hingegen nur *eines einzigen* Ereignisses, welches nicht der Gesetzmäßigkeit gehorcht, und schon ist nach der obigen Tafel die Gesetzmäßigkeit falsch.

Im Grunde läuft also die *Verifizierung* einer Gesetzmäßigkeit auf ihre *wiederholt versuchte Falsifizierung* hinaus.

Dies ist aber nur dann möglich, wenn das Ereignis, aus dem geschlossen werden soll, real ist. Wenn das Ereignis nicht real ist, dann können wir gar nichts über die Realität der Gesetzmäßigkeit sagen.

*Wir finden also, daß die Benutzung von Initialrelationen nur dann Sinn macht, wenn das Ereignis, aus dem kausal geschlossen werden soll, **wirklich vorliegt***

Zu b) Wir haben ein neues Symbol benutzt: \leftrightarrow . Das führt uns direkt auf das andere Kausalitätsprinzip.

Definition 5 STARK KAUSALES PRINZIP / DETERMINISTISCHES PRINZIP

Angenommen , es gäbe nur zwei Ereignisse A und B .

Wenn es eine Gesetzmäßigkeit g gibt, nach der B ohne A nicht denkbar wäre und B nicht ohne A , so sagen wir: " A **determiniert** B " und ebenso " B **determiniert** A ".

Die Gesetzmäßigkeit g nennen wir dann eine "**Determinalrelation**".

Die von A determinierten Ereignisse ergeben den "**Determinationsbereich**".

Hier wird nun zusätzlich zum Ereignis " A irreal und B real" auch das Ereignis " A real und B irreal" irreal. Die beiden anderen Möglichkeiten können real sein. Die Realitätstafel sieht dann so aus:

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	1

Dies entspricht genau der logischen Verknüpfung der "Äquivalenz". Wenn wir also irgendwelche deterministischen Gesetzmäßigkeiten finden, so können wir von den Wirkungen auf die Ursachen und von den Ursachen auf die Wirkungen schließen. Beide sind dann gleichermaßen real bzw. irreal. Wir können in beide Richtungen schließen.

Bemerkung:

- a) Offenbar kann man bei einer Determinalrelation nicht mehr zwischen Ursache und Wirkung unterscheiden, da sie per Definition symmetrisch zueinander stehen.
- b) Die Wirkungen eines Ereignisses sind genauso zwingend wie seine Ursachen. Durch eine Determinalrelation verbundene Ereignisse sind also entweder alle zugleich real oder alle zugleich irreal. Wenn dies nicht der Fall ist, so ist die Kausalrelation nicht deterministisch.

$$\text{Wenngilt : } A \leftrightarrow B = 1 \quad (12)$$

$$\text{dann gilt auch : } A \wedge B = 1 \quad (13)$$

Man vergleiche das mit der initialistischen Beziehung (11)

- c) Das Problem, was wir eben mit der Initialrelation hatten, entfällt, weil nun zur Falsifizierung auch die Irrealität des bewirkten Ereignisses zur Verfügung steht.

Wir finden also, daß die Benutzung von Determinalrelationen weder eines Ausschlusses von Fremdereignissen noch der Realität des Ereignisses bedarf, aus dem geschlossen werden soll.

Determinalrelationen sind also äußerst bequem. Der Experimentator braucht zu ihrer Überprüfung nur festzustellen, ob wirklich alle determinal miteinander verbundenen Ereignisse real bzw. irreal sind.

Zusammen ergibt das:

Definition 6 KAUSALRELATION

Eine KAUSALRELATION ist eine Initialrelation oder eine Determinalrelation. Eine Hintereinanderschaltung von Kausalrelationen ist ebenfalls eine Kausalrelation, wenn es zu ihr einen Determinalraum bzw. einen Ursachen- und einen Wirkungsraum gibt.

Bemerkung:

- a) Die Hintereinanderschaltung ergibt nur dann wieder eine Kausalrelation, wenn die Bereiche der einzelnen Kausalrelationen in jeweils mindestens einem Ereignis übereinstimmen.
- b) Ereignisse können eine zeitlose Tatsache wie "dies und das ist so und so" aber auch einen Vorgang wie "der und der macht das und das" beschreiben. Sie haben also aussagenden oder "konstatierenden" Charakter. Kausalrelationen sind von der sprachlichen Form dagegen Konditionalsätzen gleich, wie "Wenn dies und das wäre, würde das und jenes passieren". Kausalrelationen haben bedingenden oder "konditionalen" Charakter. Sie sind als solche keine Ereignisse und können daher auch nicht real oder irreal sein. Sie können nur widersprüchlich, sinnlos oder nicht anwendbar sein, was auch schon ziemlich schlimm ist. Hingegen ist der Komplex Ursache - Kausalrelation - Wirkung einem Ereignis ähnlich, d.h. hat konstatierenden Charakter wie "der und der hat das und das gemacht und daher passierte dieses und jenes". Dieser Eigenschaft wird mit der Hintereinanderschaltung von Kausalrelationen zu einer neuen Kausalrelationen Rechnung getragen.

Ich möchte nun noch einen wichtigen Begriff einführen:

Definition 7 RELATIVE ZUFAELLIGKEIT

Ein Ereignis A , das nicht durch eine Kausalrelation mit einem von A verschiedenen Ereignis B verknüpft ist, nennen wir "zufällig bezüglich B ". Beide Ereignisse sind dann "real unabhängig" oder auch "zufällig bezüglich einander".

3.4.2 Essenz

Wir haben also folgendes Bild:

Ereignisse können durch Kausalrelationen verknüpft werden, die jeweils aus verschiedenen Kausalrelationen bestehen können. Die Ereignisse stehen dann in einer ursächlichen Beziehung und die Realität der Wirkung vererbt sich bei Initialrelationen auf die Realität mindestens einer der Ursachen weiter und bei Determinalrelationen auf sämtliche Ursachen und Wirkungen, wodurch diese nicht mehr voneinander unterscheidbar werden. Wenn sie nicht verknüpft sind, sind sie zufällig bezüglich einander und es kann von keinem Ereignis auf das andere geschlossen werden.

Wir müssen dabei allerdings im Auge behalten, daß der Schluß auf die Realität nicht aktual vorliegender Ereignisse sich auf eine ganz bestimmte Gesetzmäßigkeit oder auf ein System von Gesetzmäßigkeiten bezieht. Denn dieselbe Gesetzmäßigkeit g muß nicht auf alle Ereignisse anwendbar sein. Dieses System von Gesetzmäßigkeiten spielt eine zentrale Rolle.

Definition 8 KAUSALMODELL

Eine Menge von Kausalrelationen nennen wir "Kausalmodell". Wenn irgendzwei Hintereinanderschaltungen beliebiger Kausalrelationen aus einem Kausalmodell K , die ebenfalls wieder Kausalrelationen sind und deren Ursachenbereiche sich überschneiden irgendeinem Ereignis aus diesem gemeinsamen Ursachenbereich zwei verschiedene Ereignisse als jeweilige Wirkung zuordnen, die nicht im gemeinsamen Wirkungsbereich liegen, so ist K ein "widersprüchliches Kausalmodell". Zwei verschiedene Kausalmodelle, die zu einem Kausalmodell vereinigt widersprüchlich sind, heißen "nicht miteinander vereinbar".

Bemerkung:

- a) Man sollte bemerken, wie schwierig es ist, Kausalmodelle zu entwerfen, die nicht widersprüchlich sind. Denn es gibt zu einem Kausalmodell

mit n Gesetzmäßigkeiten n^k mögliche Hintereinanderschaltungen der Länge k und also insgesamt $\sum_{k=1}^n n^k$ mögliche Hintereinanderschaltungen. Das sind nicht unbedingt alle Kausalrelationen, weil irgendwo sicherlich Ursachenbereich und Wirkungsbereich nicht zusammenpassen, aber es bleibt immer noch eine ganze Menge übrig, bei der es schon schwer wird, wirklich jede Widersprüchlichkeit zu erkennen und zu vermeiden. In der Tat sind viele physikalische Modelle nicht miteinander vereinbar und man muß sich in den Überschneidungsbereichen dann nach Zweckmäßigkeit für eines der Modelle entscheiden. Es ist aber schon eine unglaubliche Sache, wenn die Modelle immerhin in sich nicht widersprüchlich sind. Man hat, um das zu erreichen, zum Teil die Ursachenbereiche künstlich so begrenzt, daß keine Widersprüchlichkeiten in diesem Bereich auftreten. Diese "Voraussetzungen" für die Anwendbarkeit einer Kausalrelation auf ein Ereignis gehören zu der Relation selbst und mit ihr zum Kausalmodell.

3.4.3 Beispiel

Die Ereignisse E: "Es rumpelt nebenan" und B: "Mein Nachbar fällt aus dem Bett" sind bezüglich der Kausalrelationen: g: "Schwere Körper ohne Halt fallen nach unten" und f: "Fallende Körper erzeugen beim Aufprall auf den Boden ein Geräusch" die hintereinandergeschaltet werden zu der Kausalrelation fg: "Schwere Körper ohne Halt erzeugen ein Geräusch" verbunden. Der Wirkungsbereich von g besteht aus Ereignissen der Form "schwerer Körper fällt", die sich auch im Ursachenbereich von f der Form "Körper fällt" befindet. Also ist fg eine Kausalrelation und verbindet die Ereignisse A und B. Dabei ist der Ursachenbereich der zusammengesetzten Relation die Menge von Ereignissen der Form "schwerer Körper hat keinen Halt" und der Wirkungsbereich die Menge von Ereignissen der Form "Es ist ein Geräusch zu hören". Mittels dieser Relation können wir von B auf A schließen. Bezüglich eines Kausalmodells U, in dem sich g und f befinden, besteht also eine Ursächlichkeit zwischen den beiden Ereignissen und wir dürfen von B auf A als zumindest mögliche Ursache von B schließen. Was passiert bei einem solchen Schluß, wie wir ihn oben nachvollzogen haben? Offenbar haben wir ein bestimmtes Ereignis als real vorausgesetzt und dann über eine Gesetzmäßigkeit geschlossen, daß ein anderes Ereignis ebenfalls real sein müßte, damit das bekannte reale Ereignis nach dem Prinzip der Kausalität (Definition "Kausalität") überhaupt denkbar ist. Was tun wir aber, wenn mehrere Ereignisse als Ursache in Frage kommen. Können sie alle zugleich real sein? Es besteht kein Grund, warum das nicht der Fall sein könnte. Wenn z.B. als

Ursache des Rumpelns neben dem Ereignis B "Mein Nachbar ist aus dem Bett gefallen" auch das Ereignis B_2 "Seine Freundin ist aus dem Bett gefallen" in Frage käme, dann ist es ja durchaus denkbar, das beides passiert ist, also beides gleichermaßen als real zu bezeichnen wäre. Doch die Ereignisse B und B_2 sind zufällig bezüglich einander und wir können uns keine Schlüsse erlauben, die entscheiden könnten, welches von beiden real ist. Um das tun zu dürfen, müssen wir durch gezielte Experimente oder Beobachtungen alle möglichen Ursachen bis auf das zur Diskussion stehende ausschließen. Wenn ich zum Beispiel Ereignis C kenne, nämlich: "Seine Freundin ist nicht aus dem Bett gefallen, denn sie liegt gerade in meinem Bett.", welches als solches eine kausale Verknüpfung zweier Ereignisse ist, nämlich C1: "Seine Freundin liegt in meinem Bett", was das Ereignis C2 verursacht: "Sie ist nicht aus dem Bett des Nachbars gefallen", und zwar über die Kausalrelation "Wenn ein Mensch in einem Bett liegt, kann er nicht zugleich in einem anderen Bett liegen". Inwiefern ist aber diese Kausalrelation, übrigens sogar eine Determinalrelation, gerechtfertigt?

3.5 Anwendung des logischen Modells auf den erweiterten Doppelspaltversuch

Das bringt uns nun genau zurück zu unserem Ausgangsversuch, in dem ein Elektron offenbar zugleich durch zwei Spalte gehen kann. Wie kamen wir überhaupt zu einem solchen Schluß?

3.5.1 Was liegt vor?

Zunächst haben wir nur ein paar Ereignisse, die uns *gewiß* sind, in dem Sinne, als daß sie uns *real* erscheinen.

Voraussetzungen

Vorgänge:

V₁ *Nur das Auftreffen eines Elektrons ruft eine Schwärzung auf dem Schirm hervor*

V₂ *Alle freien Elektronen stammen von K*

V₃ *Die Wand ist für Elektronen undurchlässig*

Nach unseren Überlegungen ist V_1 offensichtlich eine Gesetzmäßigkeit, da sie *konditionalen* Charakter hat. Sie kann umformuliert werden in:

V_1 Genau dann wenn ein Elektron den Schirm trifft, tritt an der Auftreffstelle eine Schwärzung auf

Sie ist eine Determinalreaktion, was man am *genau dann, wenn* erkennt. Also ist nach ihr das Vorliegen einer Schwärzung gleichbedeutend mit dem Auftreffen eines Elektrons und umgekehrt.

V_2 Ist eigentlich unsauber formuliert, weil darin schon ein Schlußliegt. Man könnte sie besser umformulieren in:

V_2 Die Versuchskonstruktion ist gegen von außen kommende Elektronen abgeschirmt und sondert selbst bis auf K keine Elektronen aus.

V_2 ist ein Sachverhalt und damit ein Ereignis.

V_3 ebenfalls ein Sachverhalt und kann so belassen werden.

Die zur Diskussion stehenden Ereignisse sind:

Ereignisse:

E_1 Der Schirm erhält eine Schwärzung

E_2 Ein Elektron e hat den Schirm getroffen

E_3 e wurde von K ausgesandt

E_4 e hat die Wand durchquert

A e passiert Spalt A

B e passiert Spalt B

Und wir fügen noch explizit hinzu:

P_1 e passiert A und zugleich B

P_2 e passiert entweder A oder B

X Es liegt eine Schwärzung an Position x vor

M Es wird gemessen, ob ein Elektron Spalt A bzw. B passiert

3.5.2 Was schließen wir daraus?

Da wir alle nötigen logischen Verknüpfungen bereitgestellt haben und viele Vorgeanken nachvollzogen haben, können wir das Problem nun formal angehen.

Es liegt aktual folgendes Ausgangsereignis \tilde{E} vor:

$$\tilde{E} = E_0 \wedge V_2 \wedge V_3 \quad (14)$$

$$= E_0 \wedge V \quad (15)$$

$$= 1 \quad (16)$$

Für $V = V_2 \wedge V_3$

Es gilt, wie oben bemerkt:

$$E_0 \xleftrightarrow{V_1} E_1 \quad (17)$$

Also gilt:

$$\begin{aligned} \tilde{E} &\xleftrightarrow{V_1} E_0 \wedge E_1 \\ &= \tilde{E} \end{aligned} \quad (18)$$

Da K nach V_2 die einzige Elektronenquelle im Versuchsaufbau ist, so gilt offenbar:

$$\begin{aligned} E_1 \wedge V_2 \wedge E_2 &= 1 \\ E_1 \wedge V_2 \wedge \neg E_2 &= 0 \\ \text{Wenn gilt :} & \\ E_1 = E_2 = V_2 &= 1 \end{aligned} \quad (19)$$

Dies läßt sich nach den ersten beiden Zeilen der entsprechenden Tafeln gleichsetzen mit:

$$E_1 \wedge V_2 \rightarrow E_2 \quad (20)$$

So folgt also:

$$\tilde{E} \xrightarrow{V_2} E_0 \wedge E_1 \wedge E_2 \wedge V \quad (21)$$

$$= \tilde{E} \quad (22)$$

Es gibt eine Gesetzmäßigkeit unserer Erfahrung, die besagt, daß wenn ein Objekt von A nach B gelangt, es dazu eine ununterbrochene Reihe von Punkten im Raum zwischen A und B durchquert haben muß. Wir wollen diesen Erfahrungssatz, nennen wir ihn g , anwenden. Mal sehen, ob er uns weiterhilft:

$$E_1 \wedge E_2 \xleftrightarrow{g} E_3 \quad (23)$$

Dann folgt:

$$\tilde{E} \xrightarrow{g} E_0 \wedge E_1 \wedge E_2 \wedge E_3 \wedge V \quad (24)$$

$$= \tilde{E} \quad (25)$$

Wegen V_3 sind alle Bereiche der Wand für das Elektron unzugänglich, außer die Bereiche von Spalt A und B:

$$V_3 \wedge E_3 \wedge (A \vee B) = 1 \quad (26)$$

$$Und :$$

$$V_3 \wedge E_3 \wedge \neg(A \vee B) = 0 \quad (27)$$

Also schließen wir wieder:

$$V_3 \wedge E_3 \longleftrightarrow A \vee B \quad (28)$$

Damit wird

$$\tilde{E} \xleftrightarrow{V_3} \tilde{E} \wedge (A \vee B) \quad (29)$$

$$= \tilde{E}^4 \quad (30)$$

Nun beobachten wir bei den einzelnen Aufbauten folgendes:

Wenn wir das Passieren durch beide Spalte ohne Messung ermöglichen, wie in Aufbau 2, so gibt es bei genügend langer Laufzeit des Experiments ein Interferenzmuster. Dabei liegt, wenn wir genügend lange warten, eine Schwärzung im beliebig kleinen Bereich einer gewissen Stelle, die wir mit X bezeichnen wollen. X sei so gewählt, daß diese Stelle bei Durchführung des Experiments mit Ventilator, bei der ein statistisches Muster entsteht, welches von dem Interferenzmuster verschieden ist, nicht geschwärzt wird. Aus der Quantenmechanik wissen wir, wo diese Stellen liegen, weil dort die Wahrscheinlichkeit für den Aufenthalt eines Elektrons, in Abhängigkeit der Position und Ausdehnung der Umgebung beliebig klein ist. Wenn wir diese Stelle

X wählen und den endlich ausgedehnten Bereich um X klein genug, dann ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron dort im statistischen Fall eine Schwärzung verursacht so winzig, daß sie bei all unseren Beobachtungen nie auftauchen wird. Demgemäß handelt es sich um die Relation:

$$(A \text{ xor } B) \wedge X = 0 \quad (31)$$

Sowie

$$(A \vee B) \wedge X = 1 \quad (32)$$

Da ja in Aufbau 2 das Teilchen prinzipiell beide Spalte passieren kann und ein Interferenzmuster erzeugt, welches X enthält. In Aufbau 3 kann das Teilchen zwar auch beide Spalte passieren, es kommt aber das Ereignis der Messung hinzu.

Lösen wir nach der Gleichung 31 auf:

$$(A \text{ xor } B) \wedge X = 0 \quad (33)$$

mit 3 :

$$(A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B) \wedge X = 0 \quad (34)$$

mit 32 :

$$\neg(A \wedge B) = 0 \quad (35)$$

$$A \wedge B = 1 \quad (36)$$

Wenn X nicht vorliegt, also $X = 0$, ist Gleichung 31 immer richtig und wir können nichts besonderes schließen, insbesondere nicht (36). Die Beziehung 36 kann dann also wahr oder falsch sein. *Wenn* X jedoch vorliegt, dann gilt auch (36). Damit läßt sich offenbar aus der Realität von X auf die Realität des Ereignisses $(A \wedge B)$ schließen, und wir erhalten:

$$X \longrightarrow A \wedge B \quad (37)$$

Da haben wir nun endlich den Schluß, daß das Elektron durch beide Spalte gegangen ist.

In Aufbau 3 machen wir zusätzlich eine Messung. Wir finden aber niemals das Interferenzmuster bei stattgefundener Messung vor, egal was mit dem Teilchen passiert:

$$M \wedge X = 0 \quad (38)$$

Wenn wir keine Messung vornehmen, finden wir, bei Ausschluß von Fremdeignissen, stets ein Interferenzmuster, also auch die Schwärzung bei x:

$$\neg M \wedge X = 1 \quad (39)$$

Offenbar ist M und das Nicht-Auftauchen des Interferenzmusters äquivalent:

$$M \longleftrightarrow \neg X \quad (40)$$

Insgesamt gilt also in Aufbau 3:

$$(A \vee B) \wedge M \wedge X \longleftrightarrow (A \vee B) \wedge X \wedge \neg X \quad (41)$$

$$= 0 \quad (42)$$

Wenn also die Beziehung 40 gilt, so kann $(A \vee B)$ real oder unreal sein, die Verknüpfung 42 ist in jedem Fall unreal. Wir können keine Aussage darüber machen, ob das Teilchen nun durch beide Spalte zugleich oder nur durch ausschließlich einen der beiden Spalte geht. Und denselben Trick wie eben mit einer Stelle x , die nur im statistischen Muster liegt, nicht aber im Interferenzmuster, hilft uns auch nicht weiter, da wir nie ausschließen können, daß das Teilchen durch ausschließlich einen der beiden Spalte geht und damit das Ereignis $(A \text{ xor } B)$ ebenso möglich ist wie $(A \wedge B)$, welches letztere wir ja immerhin durch den Ventilator ausschließen konnten und dadurch das statistische Muster erhielten, wodurch uns der Schluß 37 vom Interferenzmuster auf das Ereignis $(A \wedge B)$ ermöglicht wurde.

3.5.3 Auswertung:

Die der Messung M ergibt übrigens immer, daß niemals das Elektron durch beide Spalte geht, also:

$$(A \wedge B) \wedge X \wedge M = 0 \quad (43)$$

$$(A \wedge B) = 0 \vee X = 0 \vee M = 0 \quad (44)$$

Die Ereignisse M , $(A \wedge B)$ und X , also die Messung, das Interferenzmuster und das Gleichzeitige Passieren durch beide Spalte, können niemals gemeinsam auftreten. Was das Elektron macht, wenn wir nicht messen geht aus der Messung natürlich nicht hervor, wohl aber durch das Auftreten des Interferenzmusters.

Es gibt keinen Widerspruch von (43) zu (37), weil wenn X nicht vorliegt, und das tut es bei Messung nie, nichts über das Passieren beider Spalte gesagt werden kann, was wir ja eben auch schon festgestellt haben. Die Beziehung (37) kann trotzdem korrekt sein. Sie muß sogar korrekt sein, denn wenn X vorliegt und M nicht, dann gilt ja gerade (36).

4 Zusammenfassung

Wo sind wir gelandet?

Unsere Überlegungen des gesunden Menschenverstandes ergeben das gleiche wie unsere formal logischen Überlegungen als auch wie unsere tatsächlichen Beobachtungen:

- Wenn wir keine Messung veranstalten, zwingt uns die Erscheinung eines Interferenzmusters dazu, anzunehmen, daß das Elektron jedesmal durch beide Spalte zugleich geht.
- Sobald eine Messung stattfindet, kann das Elektron nicht durch beide Spalte zugleich gehen und sobald das Elektron durch beide Spalte geht, kann keine Messung stattfinden.
- Eine objektive Beschreibung von dem, was das Elektron nun wirklich tut, ist offenbar entweder nicht möglich oder stark von unseren konkreten Versuchen abhängig, herauszufinden, was das Elektron nun wirklich.
- Die Kenntnis dessen, was das Elektron nun wirklich macht alleine ist zwar eine hinreichende, aber keine notwendige Bedingung, um das Elektron in seinem nun wirklich-Sein zu beeinflussen. Darauf läßt der Versuch mit dem abgeschalteten oder verdeckten Display schließen.

5 Schluß, der gleichzeitig ein Anfang ist

Nun haben wir ein Bild geschaffen, welches in sich logisch ist und keine Widersprüche enthält. Wir mußten dabei auf keine Gesetzmäßigkeiten verzichten und auch keine besonderen Verrenkungen machen. Die Formalismen haben nur dazu gedient, unsere Gedanken zu präzisieren und nicht intuitiv falschen Schlüssen zu unterliegen. Jedoch waren die Grundlagen der *logisch vergleichenden Schlußweise* intuitiv, sie gehen nämlich mit einem Realitätsbegriff um, der dem Wahrheitsbegriff gleichgestellt wird.

Uns erscheinen alle diejenigen Ereignisse real, die irgendeine Wirkung auf unsere aktuelle Realität haben. Diese aktuelle Realität besteht aus Ereignissen, deren wir uns aufgrund irgendwelcher eindeutigen Relationen zu unseren Sinneswahrnehmungen real erscheinen.

Es muß noch untersucht werden, wie diese Relationen zustandekommen, wo

genau die Grenze zwischen einer aktuellen Realität und einer Realität, die uns nur durch logische Schlüsse zugänglich ist, gezogen werden kann und was dies alles möglicherweise mit der Tatsache zu tun hat, daß wir zwar auf ein bestimmtes Ereignis logisch *schließen* können – etwa das Passieren des Elektrons durch zwei Spalte zugleich –, es jedoch nie als aktual real erleben können. Das eröffnet die Möglichkeit, daß Realität sich grundsätzlich in zwei Bereiche aufteilt.

Und es eröffnet die Möglichkeit verschiedener aktueller Systeme, die jeweils die gleichen Ereignisse in verschiedener Form real erleben.